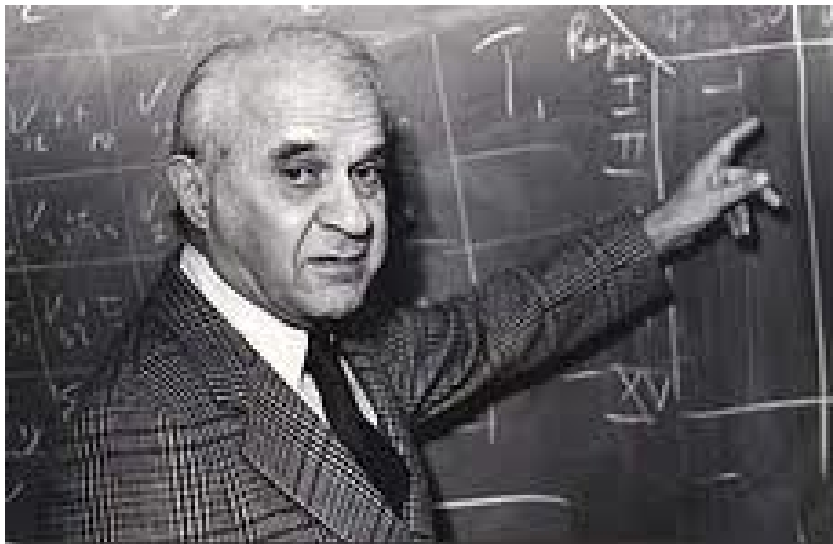


INTRODUCCIÓN A LOS MODELOS COMPUTABLES DE EQUILIBRIO GENERAL

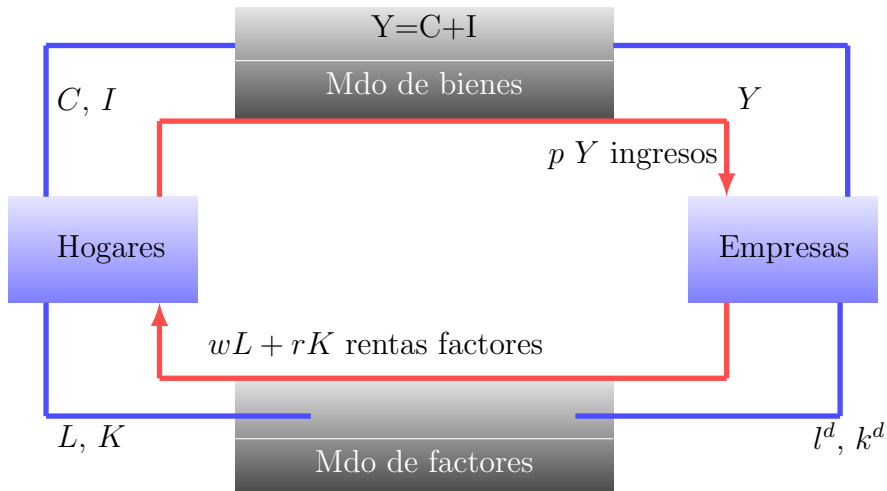
J.M. da Rocha

6 mayo 2025

WASSILY WASSILYEVICH LEONTIEF



FLUJO ECONÓMICO



VAB Y OUTPUT

TABLE: Ofertas y Demandas

	Sectores		Demanda final		Total
	Prim	Man	Consumo	Inver.	
Primario	2	3	8	2	15
Manufacturas	4	5	11	3	23
Sueldos y Salarios	5	11	0	0	16
Ingresos por Capital	4	4	0	0	8
Total	15	23	19	5	

$$\text{Output} = 15 + 23 \text{ y } \text{VAB} = (15 - 2 - 3) + (23 - 4 - 5)$$

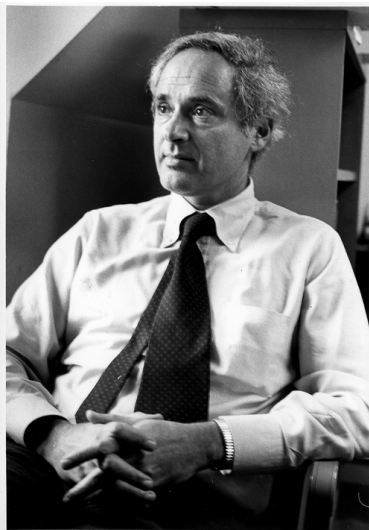
PIB

	Sectores		Demanda final		Total
	Prim	Man	Consumo	Inver.	
Primario	2	3	8	2	15
Manufacturas	4	5	11	3	23
Sueldos y Salarios	5	11	0	0	16
Ingresos por Capital	4	4	0	0	8
Total	15	23	19	5	

TABLE: PIB

Demanda		Ingreso	
Consumo	19	Sueldos y Salarios	16
Inversion	5	Ingresos por Capital	8
PIB	24	PIB	24

HERBERT SCARF & TIMOTHY KEHOE



LA ECONOMÍA: HOGARES

- 1 *son los propietarios las dotaciones de capital, \bar{K} y trabajo \bar{L} y*
- 2 *utilizan la rentas obtenidas $r\bar{K} + w\bar{L}$ para comprar bienes (de consumo e inversión).*

LA ECONOMÍA: EMPRESAS

- ① **b. domésticos** *Utiliza capital, trabajo y bienes intermedios para producir (en cada sector) los bienes finales de la economía*

- ② **b. inversión** *Ensamblan bienes finales*

MODELO

1 Preferencias

$$\theta_{\text{pri}} \log c_{\text{pri}} + \theta_{\text{man}} \log c_{\text{man}} + \theta_{\text{inv}} \log c_{\text{inv}}$$

2 Tecnología

$$y_i = \beta_i k_i^{\alpha_i} l_i^{(1-\alpha_i)}$$

$$y_i = \min \left[\frac{x_{\text{pri},i}}{a_{\text{pri},i}}, \frac{x_{\text{man},i}}{a_{\text{man},i}}, \beta_i k_i^{\alpha_i} l_i^{(1-\alpha_i)} \right]$$

$$y_{\text{inv}} = \min \left[\frac{x_{\text{pri,inv}}}{a_{\text{pri,inv}}}, \frac{x_{\text{man,inv}}}{a_{\text{man,inv}}} \right]$$

UN EQUILIBRIO ES:

- 1 una lista de precios $(\hat{p}_{pri} \hat{p}_{man} \hat{p}_{inv} \hat{r} \hat{w})$,
- 2 planes de producción de las empresas de bienes primarios $(\hat{y}_{pri} \hat{x}_{pri,pri} \hat{x}_{man,pri} \hat{l}_{pri} \hat{k}_{pri})$,
- 3 de bienes de manufacturas $(\hat{y}_{man} \hat{x}_{pri,man} \hat{x}_{man,man} \hat{l}_{man} \hat{k}_{man})$
- 4 de bienes de inversión $(\hat{y}_{inv} \hat{x}_{pri,inv} \hat{x}_{man,inv})$
- 5 y demanda de bienes finales $(\hat{c}_{pri} \hat{c}_{man} \hat{c}_{ser} \hat{c}_{inv})$ tales que:

- **Optimalidad:** Dados los precios p_i , las cantidades totales, y_i , salarios w , rendimiento del capital, r ,
 - 1 Empresas minimizan costes y hacen beneficios cero
 - 2 Consumidores demandan bienes de consumo y realizan inversiones maximizando su utilidad
- **Factibilidad:**
 - 1 Planes de producción son mutuamente compatibles (la demanda iguala la oferta de bienes)
 - 2 Los mercados de factores se vacían

OPTIMALIDAD

La empresa minimiza los **costes** de producir de valor añadido con una unidad del factor compuesto

$$\min_{k_i, l_i} r k_i + w l_i \quad \text{s.a.} \quad \mathbf{1}_{\text{vab}} = k_i^{\alpha_i} l_i^{(1-\alpha_i)}$$

La solución de este problema es igual a:

$$k_i = \frac{1}{\beta_i} \left(\frac{\alpha_i w}{(1 - \alpha_i) r} \right)^{1-\alpha_i} y_i$$

$$l_i = \frac{1}{\beta_i} \left(\frac{(1 - \alpha_i) r}{\alpha_i w} \right)^{\alpha_i} y_i$$

$$x_{\text{pri},i} = a_{\text{pri},i} y_i$$

$$x_{\text{man},i} = a_{\text{man},i} y_i$$

OPTIMALIDAD

La empresa paga los bienes intermedios y vende a **precios**, $p_{i,d}$.
Sus beneficios son:

$$\pi_{i,d} = p_{i,d}y_{i,d} - p_{\text{pri}}x_{\text{pri},i} - p_{\text{man}}x_{\text{man},i} - rk_i - wl_i = 0.$$

Por tanto **los precios** se obtienen substituyendo las demandas de factores y de bienes intermedios

$$p_i = p_{\text{pri}}a_{\text{pri},i} + p_{\text{man}}a_{\text{man},i} + r \frac{1}{\beta_i} \left(\frac{\alpha_i w}{(1 - \alpha_i)r} \right)^{1-\alpha_i} + w \frac{1}{\beta_i} \left(\frac{(1 - \alpha_i)r}{\alpha_i w} \right)$$

es decir

$$p_i = \frac{1}{\beta_i} \left[\left(\frac{r}{\alpha_i} \right)^{\alpha_i} \left(\frac{w}{(1 - \alpha_i)} \right)^{(1-\alpha_i)} \right] + \sum_{k=1}^{ns} p_k a_{k,i}$$

OPTIMALIDAD

Tecnología para generar inversión: tecnología Leontieff

$$y_{\text{inv}} = \min \left[\frac{x_{\text{pri,inv}}}{a_{\text{pri,inv}}}, \frac{x_{\text{man,inv}}}{a_{\text{man,inv}}} \right]$$

La demanda de bienes intermedios generada por el gasto en inversión es igual a:

$$x_{\text{pri,inv}} = a_{\text{pri,inv}} y_{\text{inv}}$$

$$x_{\text{man,inv}} = a_{\text{man,inv}} y_{\text{inv}}$$

La empresa ensambladora hace beneficios cero

$$\pi_{\text{inv}} = p_{\text{inv}} y_{\text{inv}} - p_{\text{pri}} x_{\text{pri,inv}} - p_{\text{man}} x_{\text{man,inv}} = 0.$$

Por tanto **los precios de inversión** se obtienen substituyendo las demandas de factores y de bienes intermedios, es decir

$$p_{\text{inv}} = p_{\text{pri}} a_{\text{pri,inv}} + p_{\text{man}} a_{\text{man,inv}}$$

OPTIMALIDAD

Tecnología para generar inversión: tecnología Leontieff

$$y_{\text{inv}} = \min \left[\frac{x_{\text{pri,inv}}}{a_{\text{pri,inv}}}, \frac{x_{\text{man,inv}}}{a_{\text{man,inv}}} \right]$$

La demanda de bienes intermedios generada por el gasto en inversión es igual a:

$$x_{\text{pri,inv}} = a_{\text{pri,inv}} y_{\text{inv}}$$

$$x_{\text{man,inv}} = a_{\text{man,inv}} y_{\text{inv}}$$

La empresa ensambladora hace beneficios cero

$$\pi_{\text{inv}} = p_{\text{inv}} y_{\text{inv}} - p_{\text{pri}} x_{\text{pri,inv}} - p_{\text{man}} x_{\text{man,inv}} = 0.$$

Por tanto **los precios de inversión** se obtienen substituyendo las demandas de factores y de bienes intermedios, es decir

$$p_{\text{inv}} = p_{\text{pri}} a_{\text{pri,inv}} + p_{\text{man}} a_{\text{man,inv}}$$

OPTIMALIDAD

$$\begin{aligned} \max_{c_{\text{pri}}, c_{\text{man}}, c_{\text{inv}}} \quad & \theta_{\text{pri}} \log c_{\text{pri}} + \theta_{\text{man}} \log c_{\text{man}} + \theta_{\text{inv}} \log c_{\text{inv}} \\ \text{s.a.} \quad & p_{\text{pri}} c_{\text{pri}} + p_{\text{man}} c_{\text{man}} + p_{\text{inv}} c_{\text{inv}} \leq r\bar{k} + w\bar{l} \end{aligned}$$

	B intermedios		B Finales		Total
	Prim	Man	Consumo	Inversión	
Prim	$p_{pri}x_{pri,pri}$	$p_{pri}x_{pri,man}$	$p_{pri}c_{pri}$	$p_{pri}x_{pri,inv}$	$p_{pri}y_{pri}$
Man	$p_{man}x_{man,pri}$	$p_{man}x_{man,man}$	$p_{man}c_{man}$	$p_{man}x_{man,inv}$	$p_{man}y_{man}$
Rtas	wl_{pri}	wl_{man}			$w\bar{l}$
Rtas	rk_{pri}	rk_{man}			$r\bar{k}$
Total	$p_{pri}y_{pri}$	$p_{man}y_{man}$	C	I	

FACTIBILIDAD

- Planes de producción son mutuamente compatibles (la demanda iguala la oferta de bienes)

$$y_i = c_i - x_{\text{inv}} - \sum_k x_{i,k}$$

- Los mercados de factores se vacían

$$l_{\text{pri}} + l_{\text{man}} = \bar{l}$$
$$k_{\text{pri}} + k_{\text{man}} = \bar{k}$$

TAREA

- 1 # variables ?
- 2 # ecuaciones ?